b) Montrer que g réalise une bijection de $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$ sur $[1,+\infty[$.

c) Montrer que g^{-1} est dérivable sur $[1,+\infty[$.

d) Montrer que $(g^{-1})'(x)=\frac{1}{x^2-2x+2}$ pour tout $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$.

Exercice 3 — 42' min — 6 pt

Soit f la fonction définie par: $\begin{cases} f(x)=x+1+\sqrt{x^2-1} & si\ x<-1 \\ f(x)=\frac{1}{2}(2-x)\sqrt{x+1} & si\ x\geq -1 \end{cases}$

1) a) Montrer que f est continue sur $\mathbb{R}$.

b) Etudier la dérivabilité de f en (-1). Interpréter le résultat graphiquement.

c) Etudier la dérivabilité de f sur $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$.

d) Calculer $f'(x)$, pour tout réel $x\neq -1$

e) Dresser le tableau de variations de f.

2) On désigne par g la restriction de f à $]-\infty,-1[$

a) Montrer que g réalise une bijection de $]-\infty,-1[$ sur $]0,1[$.

b) On note g^{-1} la bijection réciproque de g. Déterminer $g^{-1}(x)$; pour tout $x\in]0,1[$.

c) Construire dans un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$ les courbe $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}^{-1}$ de f et g^{-1}.

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn
www.takiacademy.com